**Лекція 2.**

***Тема :* Радіанне вимірювання кутів.**

***Мета:*** Узагальнення і систематизація знань про радіанну міру вимірювання кутів і дуг. Формування умінь визначати радіанну міру кута за градусами і навпаки.

**План лекції**

1. **Градусна міра кута.**
2. **Радіанна міра кута.**
3. **Радіанна міра найуживаніших кутів.**
4. **Градусна міра кута.**

Як відомо, кути вимірюються в градусах, хвилинах, секундах.

В географії, астрономії, де застосовується градусна система вимірюваня кутів, послуговуються також меншими одиницями вимірювання.

***Градусом*** називається  частина розгорнутого кута.

Таким чином, розгорнутий кут дорівнює 180°, прямий кут дорівнює 90°.

Між градусами, хвилинами і секундами існують співвідно­шення: 1º = 60', 1' = 60'', 1' =  (кутова мінута) , 1' = (кутова секунда).

Градусною мірою кута послуговуються в оптичних приладах.

**Мінута** – від латинського minuta –зменшена (частка), від minuo – зменшую, розбиваю на дрібні частини.

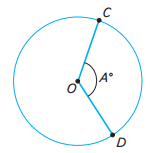
**Секунда** – від латинських secunda – друге (ділення градуса), secundus – наступний.

У морській справі, наприклад, для вимірювання кутів користуються *румбом*. *Румб* – це кут, що становить частину повного кута.

У техніці поширеною одиницею вимірювання кутів є повний оберт (кут 360º)

В артилерії за одиницю вимірювання кутів прийнято частину повного оберту, тобто кут = 6º. Ця одиниця має назву велика поділка кутоміра.

Крім градусної міри, використовуються і інші одиниці вимі­рювання кутів. У математиці і фізиці це ***радіанна міра кута***. Перед уведенням цього поняття пригадаємо, що градусна міра дуги кола дорівнює градусній мірі відповідного їй центрального кута. Тобто якщо ***∠COD = А°,*** то і градусна міра дуги ***CD*** також дорівнює ***A°*** (мал. 1).

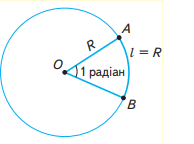


***Мал.1***

Якщо центральний кут є повним, то йому відповідає дуга всього кола з градусною мірою 360°. Отже, центральному куту мірою 1° відповідає дуга, що дорівнює кола. І, навпаки, дузі, довжина якої дорівнює довжини кола, відповідає центральний кут мірою 1°.

1. **Радіанна міра кута.**

Аналогічно введено одиницю вимірювання кутів — ***радіан.***

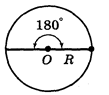


***Мал.2***

***Кутом в 1(один) радіан*** називають центральний кут, довжина дуги якого дорівнює довжині радіуса кола (мал. 2).

Установимо зв’язок між радіанним і градусним вимірюванням кутів.

Коло радіуса ***R***має довжину***2πR****.* Розглянемо дугу ***АВ***, довжина якої дорівнює радіусу ***R****.* Її довжина в ***2π***разів менша від довжини кола. Куту, що дорівнює 180°, відповідає півколо, тобто дуга, довжина якої дорівнює ***πR*** (мал.3).



***Мал.3***

Щоб знайти радіанну міру кута в 180°, треба довжину дуги ***πR*** розділити на довжину радіуса *R:* ******. Отже, радіанна міра кута в 180° дорівнює π:

**180° = π рад**

Із цієї формули одержуємо (розділивши ліву і праву частини рівності на 180):

1° = ** рад, або 1°  0,017 рад.

Із рівності **180° = π** рад також одержуємо (розділивши ліву і праву частини рівності на π):

1 рад = **, або 1 рад  57°.

Розглянемо приклади переходу від радіанної міри до градус­ної і навпаки.

***Приклад 1.*** Виразіть в радіанах величини кутів 30°; 45°; 60°; 90°.

*1-й спосіб* (за формулою).

Розділивши ліву і праву частини рівності: 180° = π рад послідов­но на 6, 4, 3, 2, одержуємо:

30° =  рад,

45° =  рад,

60° =  рад;

90° =  рад.

*2-й спосіб* (за допомогою пропорції)

180° - π рад

30° - *х* рад

Маємо рівняння: = , звідки х = , тобто х = (рад)

***Приклад 2.*** Виразіть в градусах величини кутів  рад,  рад,  рад,  рад.

Розділивши ліву і праву частини рівності: 180° = π рад послідовно на 10; 5; 12; 18, одержуємо:

 рад =  = 18º;

 рад == 36º;

 рад =  = 15º;

 рад =  =10º.

***Приклад 3.*** Знайдіть в градусах 3,5 рад.

Через те що 1 рад = ** ,

3,5 рад = 3,5 · ** = ** = 201° .

***Приклад 4.*** Знайдіть радіанну міру кута в 72°.

Через те що 1° = **рад,

72° = 72 · **рад = рад  1,3 рад.

**При записі радіанної міри кута позначення «рад» опускають.**

Наприклад, замість рівності 90° =  рад, пишуть 90° =  .

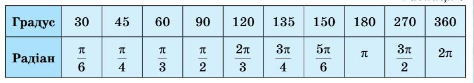
Радіанна міра кута зручна для обчислення довжини дуги кола. Через те що кут в 1 радіан стягує дугу, довжина якої дорівнює *R,* то кут в α радіан стягує дугу довжиною***: l = αR.***

Якщо радіус кола дорівнює одиниці, то *l =* α, тобто довжина дуги дорівнює величині центрального кута, що опирається на цю дугу в радіанах.

1. **Радіанна міра найуживаніших кутів.**

Використовуючи формулу = рад, складемо таблицю 6 радіанних мір деяких найуживаніших кутів.

***Таблиця 1***



Введення радіанної міри кута обертання дає змогу встановити простий зв’язок між кутовою і лінійною швидкостями точки, яка перебуває у рівномірному обертальному русі. Кутова швидкість при рівномірному обертанні – це кут, на який повертається точка за одиницю часу. Вона зазвичай вимірюється в радіанах за секунду (рад/с). Лінійна швидкість точки при рівномірному русі – це відстань, на яку переміщується точка по траєкторії руху за одиницю часу.

**Приклад 5.**

Точка рівномірно рухається по колу, радіус якого ***R*** =40 см, з лінійною швидкістю = 80 см/с. Знайти кутову швидкусть точки.

Розв’язання:

За одну секунду точка проходить шлях , що дорівнює 80 см. Треба знайти міру кута, на який обертається точка за 1 с. Із визначення радіана випливає, що куту в 1 рад відповідає дуга, довжина якої дорівнює довжині радіуса. Оскільки довжина шляху, який проходить точка за 1 с, вдвічі більша від радіуса, то відповідна дуга кола відповідає куту в 2 рад.

Відповідь: 2 рад/с

**Домашнє завдання**

# 1. Запишіть у радіанній мірі кути: а) 120°; б) 300°; в) -405°; г) -22,5°.

2. Подайте в градусній мірі кути: а) ; б) 2,5π; в) 0,3π; г) *.*

3.Зубчасте колесо має 40 зубців. Виразіть у градусах кут, на який обернеться колесо при повороті на 1 зубець; 15 зубців; 80 зубців; 150 зубців.

4. Знайдіть довжину дуги, якщо відома її радіанна міра α і радіус ***R*** кола, що містить її:

а) α = 3*; R* = 1 см б) ) α = *; R* = 3 см

5. Точка рухається рівномірно по колу ***R=***30 см з лінійною швидкістю 75см/с. Знайдіть її кутову швидкість.

6. Точка рухається рівномірно по колу радіуса ***R=***60 см з кутовою швидкістю

ω = 4π рад/с. Знайдіть її лінійну швидкість.

Запитання для самоконтролю:

1. Назвіть і схарактеризуйте відомі вам одиниці вимірювання кутів.
2. Дайте означення радіана.
3. Укажіть радіанну міру кута: повного кута, розгорнутого кута, прямого кута.
4. Використовуючи співвідношення **180° = π рад,** поясніть, як за градусною мірою кута визначити його радіанну міру, і , навпаки, як за радіанною мірою визначити градусну міру кута.